POINTS D'ARRÊT

Les coordonnées cylindriques (r_i, θ_i) des points d'arrêt : S

- $v(Z) = V_\infty\left(1 - \frac{a^2}{Z^2}\right) - i\frac{\Gamma}{2\pi Z} = (V_r - i V_\theta)e^{-i\theta} = 0$ (1) (Vi
- $V_r = V_r(r,\theta) = V_\infty\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)\cos\theta = 0$ (2)
- $V_\theta = V_\theta(r,\theta) = -V_\infty\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)\sin\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r} = 0$ (3)

$V_r = 0 \Rightarrow$ $\boxed{r = a}$ ou $\boxed{\theta = \pi/2}$

Cas $r = a$ ($V_\theta = 0$) :

$-2V_\infty \sin\theta_i + \frac{\Gamma}{2\pi a} = 0$

$\Rightarrow \sin\theta_i = \frac{\Gamma}{4\pi a V_\infty}$

CAS 1 : $\Gamma > 0$

$\Rightarrow 0 < \sin\theta \leq 1$

$\Rightarrow 0 < \Gamma \leq 4\pi a V_\infty$

$\Rightarrow$ Points d'arrêt : 1, 2.

- Si $\Gamma = 4\pi a V_\infty$

$\Rightarrow \sin\theta = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$ Point d'arrêt : 7

CAS 2 : $\Gamma = 0$

$\Rightarrow \sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$ et π

$\Rightarrow$ Points d'arrêt : 3, 4

CAS 3 : $\Gamma < 0$

$\Rightarrow -1 \leq \sin\theta < 0$

$\Rightarrow -4\pi a V_\infty \leq \Gamma < 0$

$\Rightarrow$ Points d'arrêt : 5, 6

- Si $\Gamma = -4\pi a V_\infty$

$\Rightarrow \sin\theta = -1 \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow$ Point d'arrêt : 8

$V_\theta = 0 \Rightarrow$

Cas $\theta = \pi/2$ ($V_\theta = 0$) :

$-V_\infty\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi r} = 0$

$\Rightarrow r^2 - \frac{\Gamma}{2\pi V_\infty} r + a^2 = 0$

Posons : $A = \frac{\Gamma}{4\pi V_\infty} \Rightarrow \Gamma = 4\pi A V_\infty$

$\Rightarrow r^2 - 2Ar + a^2 = 0 \Rightarrow \Delta = 4(A^2 - a^2)$

$\Rightarrow r = A \pm \sqrt{A^2 - a^2}$, en divisant par a : $\frac{r}{a} = \frac{A}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{a}\right)^2 - 1}$;

Posons $X = \frac{A}{a}$ et $Y = \frac{r}{a}$:

$Y = X \pm \sqrt{X^2 - 1}$; $\frac{\Delta}{a^2} = 4(X^2 - 1)$.

- $\Delta = 0 \Rightarrow X^2 - 1 = 0 \Rightarrow X^2 = 1$:

1. $X = \frac{A}{a} = \frac{\Gamma}{4\pi a V_\infty} = 1 \Rightarrow Y = \frac{r}{a} = 1$; Point d'arrêt 7.
2. $X = \frac{A}{a} = \frac{\Gamma}{4\pi a V_\infty} = -1 \Rightarrow Y = \frac{r}{a} = -1 < 0$

- $\Delta > 0 \Rightarrow X^2 - 1 > 0 \Rightarrow X^2 > 1$:

1. $X = \frac{A}{a} = \frac{\Gamma}{4\pi a V_\infty} > 1$
2. $X = \frac{A}{a} = \frac{\Gamma}{4\pi a V_\infty} < -1$.

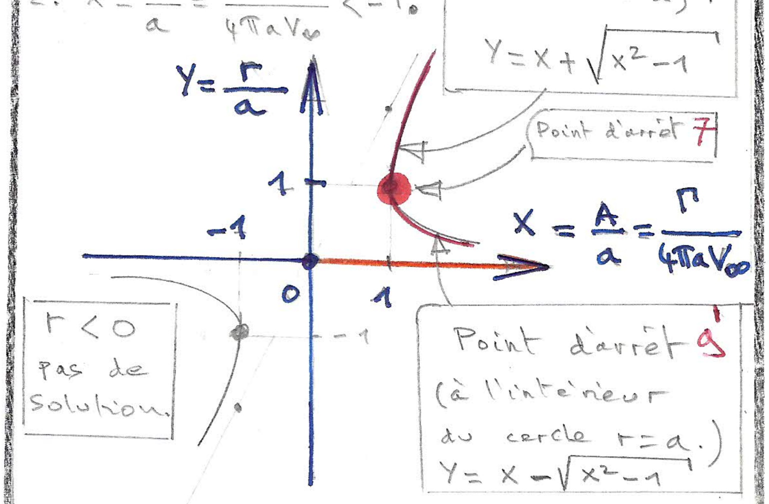

TABLEAU sur 2 pages.

LÉZÉ-LEROND Fabrice.